

# Dopplerův jev

- Christian Doppler, Praha 1842

- zdroj se pohybuje *k nám*:

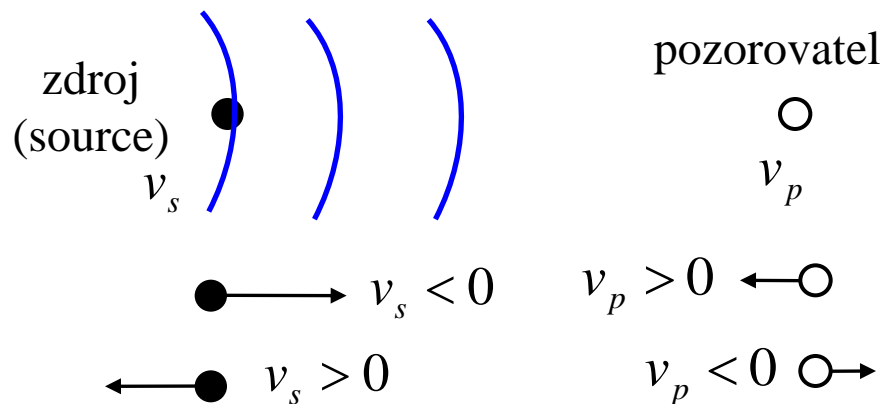
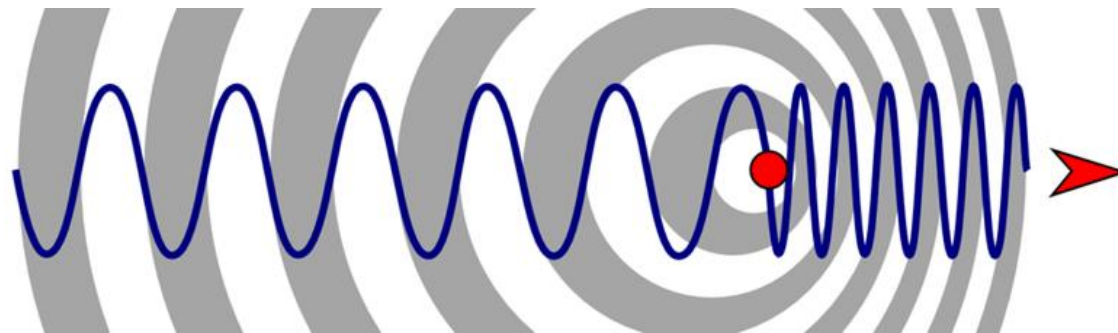
• frekvence:  $f = f_0 \frac{v}{v - v_s}$

• vlnová délka:  $\lambda = \lambda_0 - v_s T_0$

- zdroj se pohybuje *od nás*:

• frekvence:  $f = f_0 \frac{v}{v + v_s}$

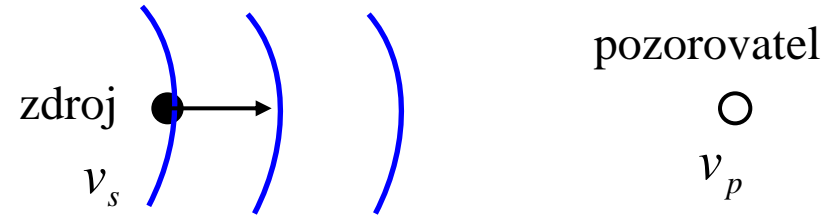
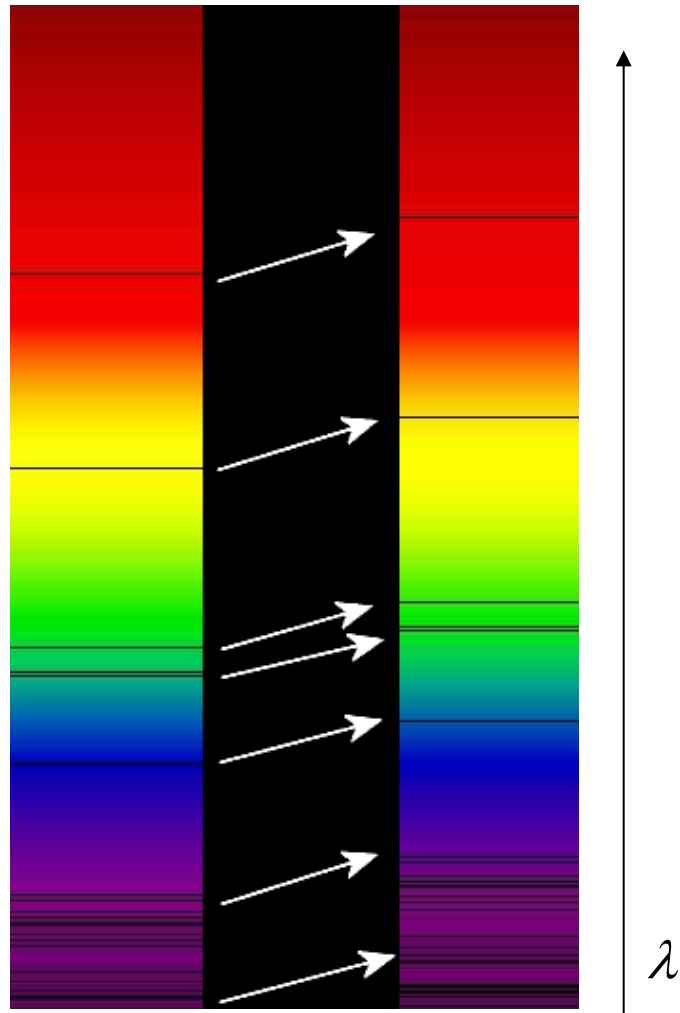
• vlnová délka:  $\lambda = \lambda_0 + v_s T_0$



• frekvence vlnění  $f = f_0 \frac{v + v_p}{v + v_s}$

# Rudý a modrý posuv

- absorpční spektra hvězd



- rudý posuv – hvězda letící od nás
- modrý posuv – hvězda letící k nám

# Odraz vlnění

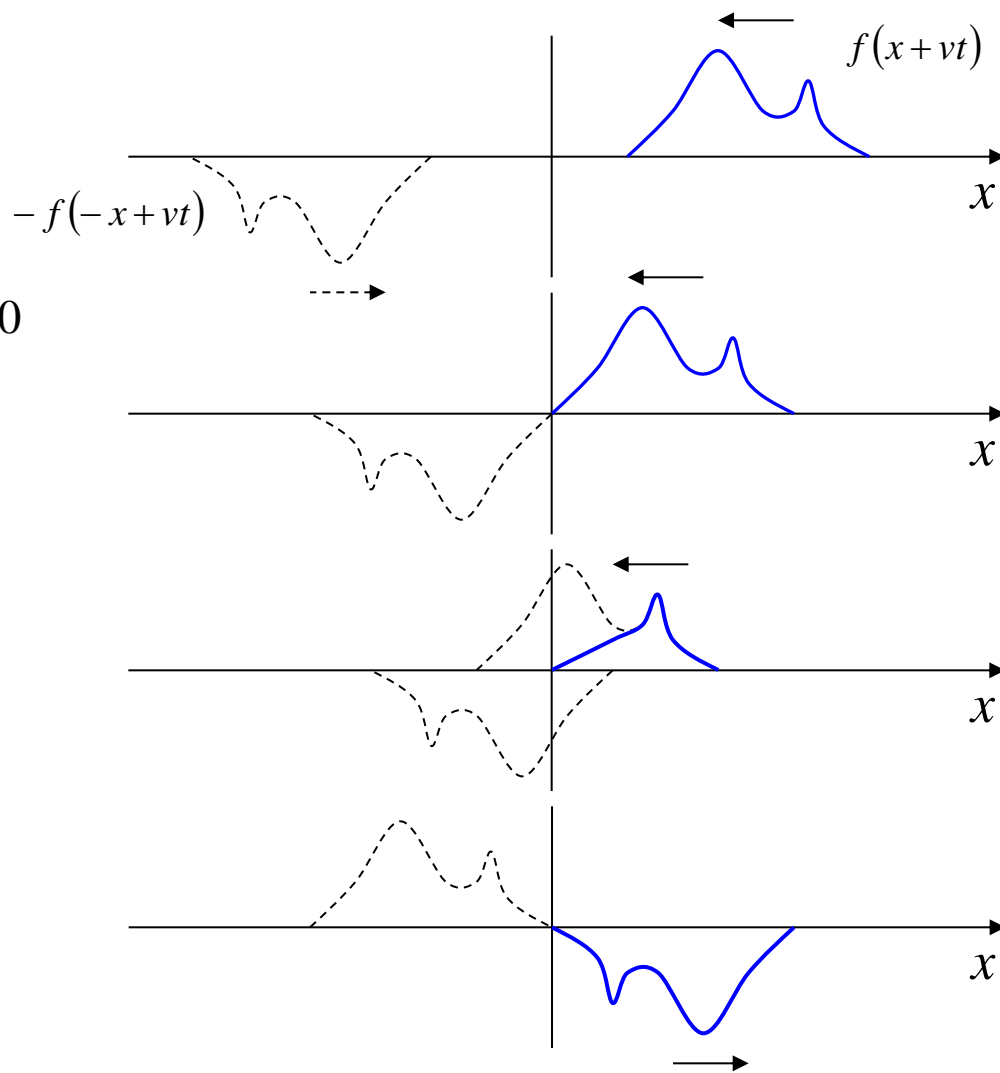
- obecná vlna

$$y = f(x + vt) + g(x - vt)$$

- okrajová podmínka:  $x = 0 \rightarrow y = 0$

$$g(-vt) = -f(vt)$$

$$y = f(x + vt) - f(-x + vt)$$



# Stojaté vlnění

- odraz periodické vlny

$$y = f(x + vt) - f(-x + vt)$$

$$f(x + vt) = e^{i\omega(t+x/v)}$$

$$-f(-x + vt) = -e^{i\omega(t-x/v)}$$

$$y = 2e^{i\omega t} \sin\left(\frac{\omega x}{v}\right) = 2e^{i\omega t} \sin(kx)$$

- uzly  $\frac{\omega x}{v} = kx = \pi n \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$x = n \frac{\lambda}{2}$$



# Stojaté vlnění

- vlny v ohraničené oblasti
- struna délky  $L$  upevněná na obou koncích

$$y = 2e^{i\omega t} \sin\left(\frac{\omega x}{v}\right) = 2e^{i\omega t} \sin(kx)$$

- uzly musí být v  $x = 0$  a  $x = L$

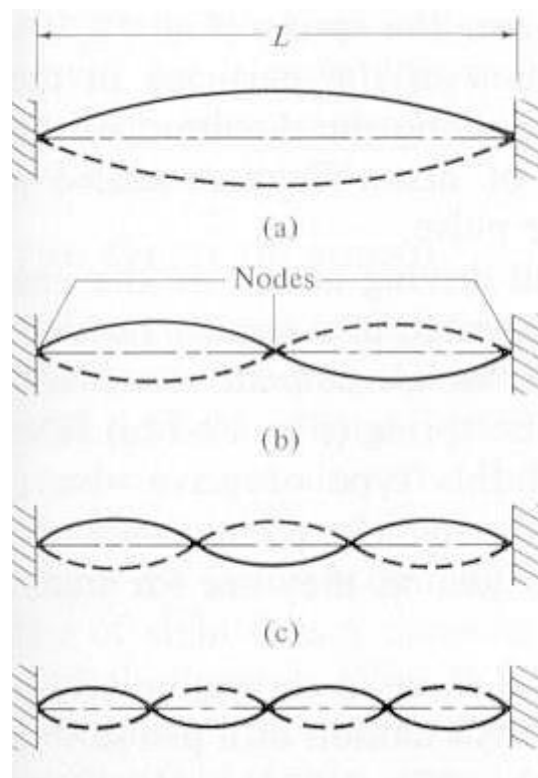
$$\downarrow$$

$$\frac{\omega L}{v} = kL = \pi n \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$k = \frac{\pi n}{L}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$



**módy**

$$n = 1$$

$$\lambda_1 = 2L \quad \omega_1 = \omega_0$$

$$n = 2$$

$$\lambda_2 = L \quad \omega_2 = 2\omega_0$$

$$n = 3$$

$$\lambda_3 = \frac{2}{3}L \quad \omega_3 = 3\omega_0$$

$$n = 4$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{2}L \quad \omega_4 = 4\omega_0$$

$$\omega_n = n\pi \frac{v}{L} = n\omega_0 \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\omega_0 = \pi \frac{v}{L} \quad \text{základní frekvence}$$

# Stojaté vlnění

$$\omega_n = n\pi \frac{v}{L} = n\omega_0 \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\omega_0 = \pi \frac{v}{L} \quad \text{základní frekvence}$$

rychlost šíření vlny ve struně

$$v = \sqrt{\frac{F_t}{\mu}}$$

$F_t$  – napěťová síla struny

$\mu$  – hmotnost struny na jednotku délky

základní frekvence

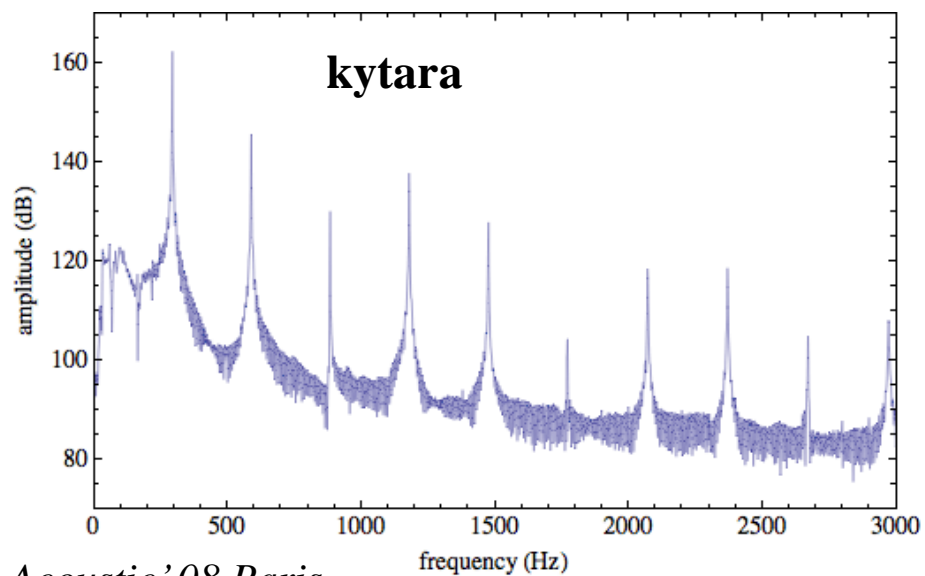
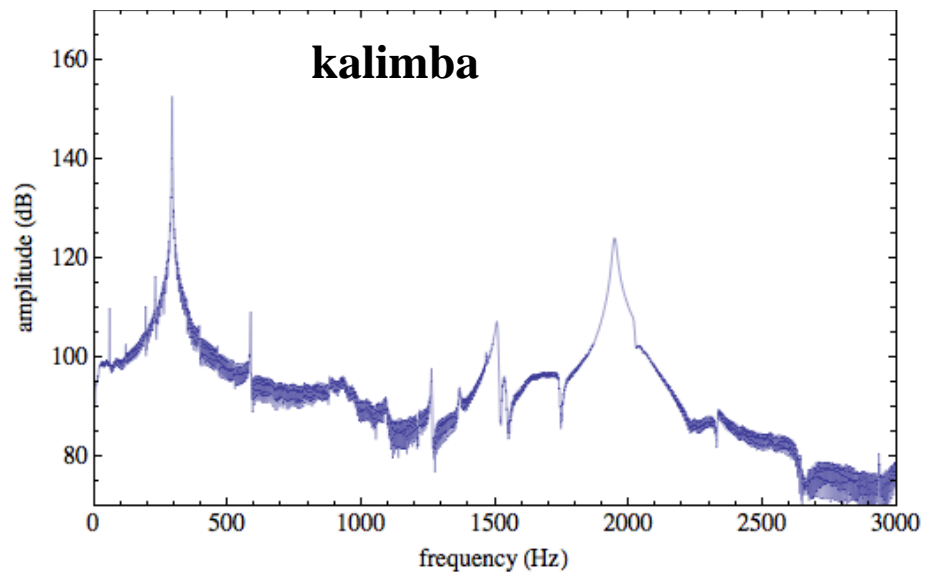
$$\omega_0 = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{F_t}{\mu}}$$



Chladniho obrazce na ozvučné desce kytary

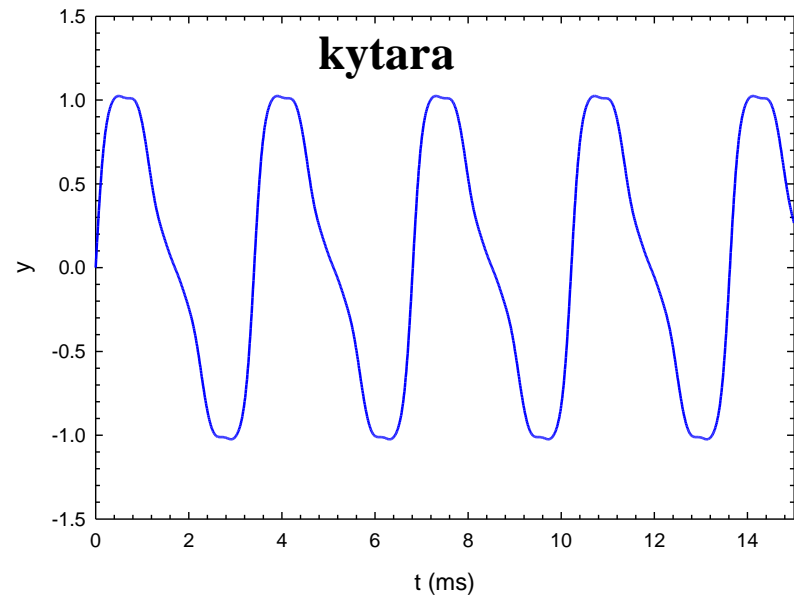
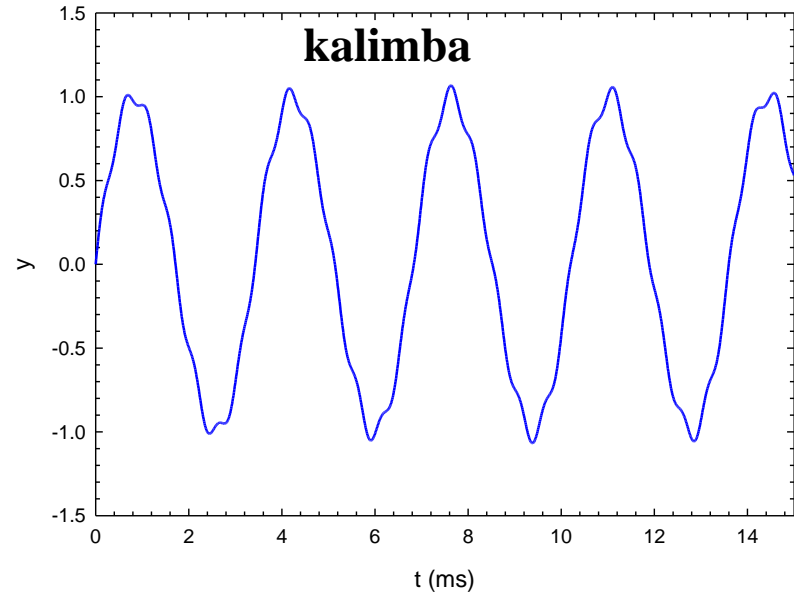
# Stojaté vlnění

- tón D4
- 293.7 Hz



# Stojaté vlnění

- tón D4
- 293.7 Hz





# Fourierova řada

- periodickou funkci můžeme napsat jako součet harmonických vln

$$f(t) = f(t + T)$$

- **Fourierova řada**

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega t)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

jediný nenulový člen

$$\frac{a_m}{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos(m\omega t) dt &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{a_0}{2} \cos(m\omega t) dt + \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} a_1 \cos(\omega t) \cos(m\omega t) dt + \dots + \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} a_m \cos^2(m\omega t) dt + \dots \\ &+ \dots + \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} b_1 \cos(\omega t) \sin(m\omega t) dt + \dots + \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} b_m \cos(m\omega t) \sin(m\omega t) dt + \dots \end{aligned}$$

# Fourierova řada

- periodickou funkci můžeme napsat jako součet harmonických vln

$$f(t) = f(t + T)$$

- **Fourierova řada**

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega t)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

- **Fourierovy koeficienty**

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos(n\omega t) dt$$

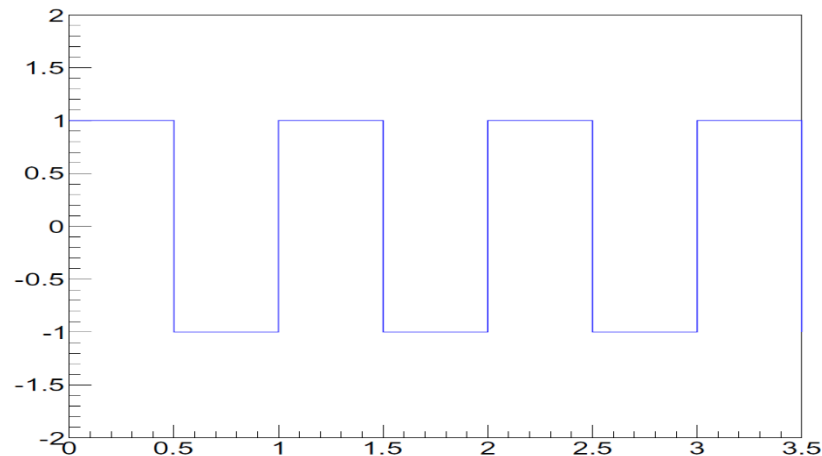
$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin(n\omega t) dt$$

# Fourierova řada

- příklad: obdélníkové kmity

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos(n\omega t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin(n\omega t) dt$$



$$a_n = 0 \quad b_{2n} = 0 \quad b_{2n-1} = \frac{4}{(2n-1)\omega}$$

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin[(2n-1)\omega t]$$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega t)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

# Fourierova řada

- příklad: obdélníkové kmity

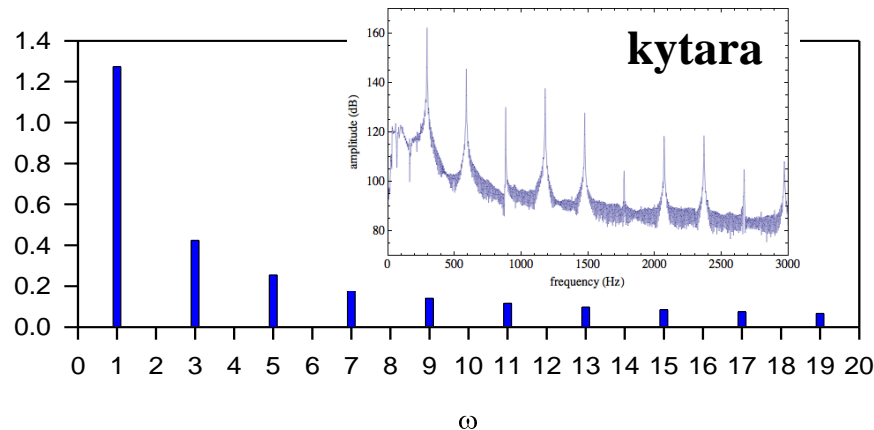
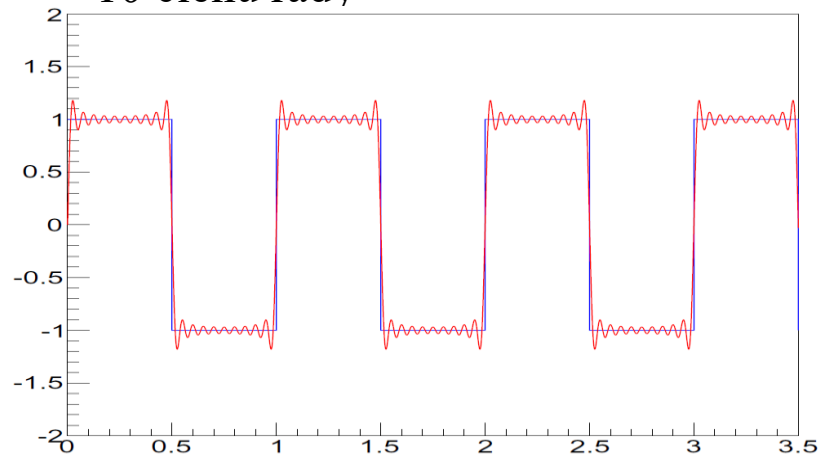
$$a_n = 0 \quad b_{2n} = 0 \quad b_{2n-1} = \frac{4}{(2n-1)\omega}$$

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin[(2n-1)\omega t]$$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega t)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

10 členů řady



# Fourierova řada

- příklad: obdélníkové kmity

$$a_n = 0 \quad b_{2n} = 0 \quad b_{2n-1} = \frac{4}{(2n-1)\omega}$$

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin[(2n-1)\omega t]$$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega t)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

100 členů řady

